物理基礎・物理

問題 1

(1)

$$x_G = \frac{6.0\times1.0+4.0\times5.0+2.0\times7.0}{6.0+4.0+2.0} = 3.333$$

$$y_G = \frac{6.0\times2.0+4.0\times4.0+2.0\times5.0}{6.0+4.0+2.0} = 3.166$$

よって，物体全体の重心の座標（x_G，y_G）＝（3.3，3.2）

答.（x_G，y_G）＝（3.3，3.2）

(2) (i)

支柱 C および支柱 D が板に及ぼす力の大きさをそれぞれ R_C、R_D とすると、鉛直方向の力のつり合いより、

$$R_C + R_D = 1.0\times9.8+4.0\times9.8 = 49\text{N} \cdot\cdot\cdot ①$$

支柱 C を中心とするモーメントのつり合いより、

$$1.0\times9.8\times0.60+\frac{0.60}{2.0}\times4.0\times9.8\times\frac{0.60}{2}-\frac{1.4}{2.0}\times4.0\times9.8\times\frac{1.4}{2}+R_D\times1.0=0$$

$$5.88+3.528-19.208+R_D=0$$

$$R_D = 9.8\text{N} \cdot\cdot\cdot ②$$

①と②より、　$R_C = 49 - R_D = 49 - 9.8 = 39.2 \approx 39\,\text{N}$

答. 支柱 C が板に及ぼす力＝39N

支柱 D が板に及ぼす力＝9.8N

(ⅱ)

A端に置くおもりの質量を m とすると、支柱Cのまわりのモーメントのつり合いより、

$$m\times 9.8\times 0.60+\frac{0.60}{2.0}\times 4.0\times 9.8\times 0.30\geq \frac{1.4}{2.0}\times 4.0\times 9.8\times 0.70$$

$$m\geq 2.666\approx 2.7\ \mathrm{kg}$$

答．おもりの質量が 2.7kg 以上の場合

物理基礎・物理

問題2

(1)

エネルギーの保存則より、最初の斜面上に静止していた状態の位置エネルギー$U = mgh$が運動エネルギー$E = \frac{1}{2}mv^2$と摩擦熱Qに変化したので、

$$U = E + Q$$

$$1 \times 9.8 \times 10 = \frac{1}{2} \times 1 \times 2.5^2 + Q$$

$$Q = 94.875$$

この摩擦熱がすべて物体の温度上昇に使われたため、

$$\Delta T = \frac{94.875}{0.130 \times 1000} = 0.7298\cdots$$

答．0.73℃

(2)

気体の圧力をp、体積をV、気体定数をRとすると、理想気体の状態方程式と定圧モル比熱C_pより、

$$p\Delta V = nR\Delta T \quad \cdots①$$

$$Q = nC_p\Delta T \quad \cdots②$$

式①、②およびマイヤーの関係式$C_p = C_V + R$より、

$$\frac{p\Delta V}{Q} = \frac{nR\Delta T}{nC_p\Delta T} = \frac{R}{C_p} = \frac{C_p - C_V}{C_p} = 1 - \frac{C_V}{C_p} = 1 - \frac{1}{1.6} = 0.375$$

答．　38%

(3) (i)

状態 A、B、C の温度をそれぞれ T_A、T_B、T_C とし、各過程で気体が得る熱量をそれぞれ $Q_{A\to B}$、$Q_{B\to C}$、$Q_{C\to A}$ とする。

まず、A→B は定積変化であるから、

$$Q_{A\to B} = nC_V\Delta T = \frac{3}{2}nR(T_B - T_A) = \frac{3}{2}(nRT_B - nRT_A)$$
$$= \frac{3}{2}(16pV - pV) = \frac{45}{2}pV$$

次に、B→C は断熱変化であるから、

$$Q_{B\to C} = 0$$

さらに、C→A は定圧変化であるから、

$$Q_{C\to A} = nC_p\Delta T = \frac{5}{2}nR(T_A - T_C) = \frac{5}{2}(nRT_A - nRT_C)$$
$$= \frac{5}{2}(pV - 4pV) = -\frac{15}{2}pV$$

このサイクルで吸収した熱量を Q_1、放出した熱量を Q_2 とすると、

$$Q_1 = Q_{A\to B} = \frac{45}{2}pV$$

$$Q_2 = |Q_{C\to A}| = \frac{15}{2}pV$$

答．$Q_1 = \frac{45}{2}pV$、$Q_2 = \frac{15}{2}pV$

(ii)

熱効率を e とすると、

$$e = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{\frac{15}{2}}{\frac{45}{2}} = \frac{2}{3} = 0.666\cdots$$

答．0.67

物理基礎・物理

問題３

(1)

抵抗 R_2, R_4, R_6 との合成抵抗 R_A は、すべて直列接続であるから $R_\mathrm{A}=3R$ である。

抵抗 R_3 と R_A との合成抵抗 R_B は、並列接続であるので

$$\frac{1}{R_B}=\frac{1}{R}+\frac{1}{R_A}=\frac{1}{R}+\frac{1}{3R}=\frac{4}{3R} \text{ より } R_B=\frac{3R}{4}$$

抵抗 R_1、R_5、合成抵抗 R_B との合成抵抗 R_C は、すべて直列接続であるから

$$R_C=2R+R_B=2R+\frac{3R}{4}=\frac{11R}{4}$$

電池の内部抵抗が r であるから、点 A での電流を I とすると、

$$V=\left(\frac{11R}{4}+r\right)I \quad \text{より、} \quad I=\frac{4V}{11R+4r} \text{〔A〕}$$

(2)

電池を 3 個直列につないだ時、全電池の電圧は $3V$、内部抵抗は $3r$ となる。

(1)より外部の全抵抗が $R_C = \dfrac{11R}{4}$、電池の全電圧が $3V$、全内部抵抗が $3r$ であるから、点 A での電流を I とすると、

$$3V = \left(\frac{11R}{4} + 3r\right)I \quad \text{より、} \quad I = \frac{12V}{11R + 12r} \ \text{〔A〕}$$

(3)

電池を 3 個並列につないだ時、全電池の電圧は V、内部抵抗は $\dfrac{r}{3}$ となる。

(1)より外部の全抵抗が $Rc = \dfrac{11R}{4}$、電池の全電圧が V、全内部抵抗が $\dfrac{r}{3}$ であるから、点 A での電流を I とすると、

$$V = \left(\frac{11R}{4} + \frac{r}{3}\right)I \quad \text{より、} \quad I = \frac{12V}{33R + 4r} \ \text{〔A〕}$$

物理基礎・物理

問題４

(1)

適切な放射性同位体 ： ウ

理由：6 世紀初めからの約 1500 年という時間の長さは ^{14}C の半減期である 5700 年の約 1/4 であり、元の原子核数よりは有意に少ないが半分までは減っていないことが期待される。一方で、他の放射性同位体では半減期が短すぎるためほとんどなくなっていたり、反対に長すぎるためほとんど変化していなかったりすることにより精度の高い測定結果が得られないと考えられる。

(2)

放射性同位体 ^{14}C について、元来の原子核数および木製品に残留している原子核数をそれぞれ N_0 と N、木製品が作製されてからの年数および ^{14}C の半減期をそれぞれ t, T とおくと、次の式が成り立つ。

$$\frac{N}{N_0}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

両辺の常用対数をとると、

$$log_{10}\left(\frac{N}{N_0}\right)=\log_{10}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}=\frac{t}{T}log_{10}\left(\frac{1}{2}\right)$$

となるから、t を求める式に変形すると次のようになる。

$$t=T\times\frac{log_{10}\left(\frac{N}{N_0}\right)}{log_{10}\left(\frac{1}{2}\right)}$$

この式に $T=5.70\times10^3$ 年、$\frac{N}{N_0}=\frac{5}{6}$ を代入し、$\log_{10}2=0.301$、$\log_{10}3=0.477$ の値を用いると、

$$t=T\times\frac{log_{10}\left(\frac{5}{6}\right)}{log_{10}\left(\frac{1}{2}\right)}$$

$$=(5.70\times10^3)\times\frac{log_{10}5-log_{10}6}{log_{10}1-log_{10}2}$$

$$=(5.70\times10^3)\times\frac{log_{10}\left(\frac{10}{2}\right)-log_{10}(2\times3)}{log_{10}1-log_{10}2}$$

$$=(5.70\times10^3)\times\frac{(log_{10}10-log_{10}2)-(log_{10}2+log_{10}3)}{log_{10}1-log_{10}2}$$

$$=(5.70\times10^3)\times\frac{(1-0.301)-(0.301+0.477)}{0-0.301}$$

$$=1.50\times10^3 \text{ 年}$$

答 1.50×10^3 年