物理基礎・物理

問題 1

(1)

密度が一様な長方形の板なので、重心は長方形の対角線の交点（図の中心）にある。

よって

$$X_G = a \times \frac{1}{2} = \frac{a}{2}$$

$$Y_G = b \times \frac{1}{2} = \frac{b}{2}$$

答．$(X_G,\ Y_G) = \left(\frac{a}{2},\ \frac{b}{2}\right)$

(2)

垂直抗力を N とすると、y 方向のつい合いの式は、

$$N - mg = 0 \quad \cdot\cdot\cdot ①$$

x 方向の力のつり合いの式は、

$$F1 - \mu_0 N = 0 \quad \cdot\cdot\cdot ②$$

①と②より、

$$F1 = \mu_0 N = \mu_0 mg$$

答．$F1 = \mu_0 mg$

(3)

点 C のまわりの力のモーメントのつり合いより、

$$F_2 \times \frac{b}{3} - mg \times (a - X_G) = 0$$

$$F_2 \times \frac{b}{3} - mg \times \left(a - \frac{a}{2}\right) = 0$$

よって

$$F_2 = \frac{3amg}{2b}$$

答．$F_2 = \frac{3amg}{2b}$

(4)

最低限必要な板の質量をMとすると、原点Oのまわりの力のモーメントのつり合いより、

$$Mg \times \frac{a}{2} - F_2 \times b = 0$$

$$\frac{aMg}{2} - \frac{3amg}{2b} \times b = 0$$

よって

$$M = 3m$$

答．$3m$

物理基礎・物理

問題2

(1)

鉛直上向きを正の向きとして、水平面 A に衝突する直前の鉛直方向の速度を v_{yA}（$v_{yA}<0$）する。水平面 A を重力の位置エネルギーの基準面とすると、力学的エネルギー保存則より、

$$\frac{1}{2}mv^2+mgH=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}mv_{yA}{}^2+mg\times 0 \quad より \quad 2gH=v_{yA}{}^2$$

衝突直後の鉛直方向の速度を v_{yA}' とすると、$v_{yA}'=-ev_{yA}$

衝突後のはねかえったあとの最高点の高さを H' とすると、衝突前と同様にして、

$$\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}mv_{yA}'^2+mg\times 0=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}m\times 0^2+mgH' \quad より \quad 2gH'=v_{yA}'^2$$

求める最高点の高さ H' は、$H'=\dfrac{1}{2g}v_{yA}'^2=\dfrac{e^2v_{yA}{}^2}{2g}=\dfrac{2e^2gH}{2g}=e^2H$

(2)

鉛直上向きを正の向きとして、水平面 B に衝突する直前の鉛直方向の速度を v_{yB}（$v_{yB}<0$）する。水平面 A を重力の位置エネルギーの基準面とすると、水平面 B の鉛直方向の位置は $-h$ である。

水平面 A に 1 度目に衝突した後に鉛直方向の最高点 H' に達する。(1) より $H'=e^2H$ であるから、力学的エネルギー保存則より、

$$\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}m\times 0^2+mgH'=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}mv_{yB}{}^2-mgh \quad より$$

$$v_{yB}{}^2=2g(H'+h)=2g(e^2H+h)$$

水平方向の速度は v であるから、水平面 B に衝突する時のボールの持つ運動エネルギー E は

$$E=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}mv_{yB}{}^2=\frac{1}{2}m\{v^2+2g(e^2H+h)\}$$

(3)

1 度目に水平面 A に衝突するまでの時間を t_1 とすると、鉛直方向は自由落下であるから、

$$0 = H - \frac{1}{2}g{t_1}^2 \quad \text{より、} \quad t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

水平方向の速度 v であるから、1 度目に水平面 A に衝突した水平方向の位置は

$$vt_1 = v\sqrt{\frac{2H}{g}}$$

水平投射速度 v が最大値のときに、1 度目に水平面 A に衝突するときの水平方向の位置は L であるので、 $vt_1 = v\sqrt{\frac{2H}{g}} = L$ より、求める水平投射速度の最大値は $v = L\sqrt{\frac{g}{2H}}$

物理基礎・物理

問題３

(1)

ファラデーの電磁誘導の法則から、誘導起電力の大きさは　vBl

答.　　vBl〔V〕

(2)

レンツの法則より、導体棒を流れる電流の向きはQ→Pである。

求める電流をIとすると、キルヒホッフの法則より

$$IR = vBl$$

$$I = \frac{vBl}{R}$$

答.　Q→P、$\frac{vBl}{R}$〔A〕

(3)

求める加速度をa〔m/s²〕、張力を T〔N〕とすると、導体棒とおもりの運動方程式は

$$ma = T - IBl$$

$$Ma = Mg - T$$

これより　$(M + m)a = Mg - IBl$

(2) より　$(M + m)a = Mg - \frac{vB^2l^2}{R}$

よって　$a = \frac{M}{M+m}g - \frac{vB^2l^2}{(M+m)R}$

答.　　$\frac{M}{M+m}g - \frac{vB^2l^2}{(M+m)R}$〔m/s²〕

(4)

一定の速度をv_c〔m/s〕とすると、このとき加速度は0m/s²であるから

$$a=\frac{M}{M+m}g-\frac{v_cB^2l^2}{(M+m)R}=0$$

$$\text{よって}\quad v_c=\frac{MgR}{B^2l^2}$$

答. $\frac{MgR}{B^2l^2}$〔m/s〕

(5)

おもりがh〔m〕降下する時間をt〔s〕とすると、この時間に発生するジュール熱は　$RI^2t=R\left(\frac{v_cBl}{R}\right)^2\frac{h}{v_c}$

これに（4）で求めたv_cを代入して　Mgh

答. Mgh〔J〕

（別解）

速度が一定であるおもりと導体棒の力学的エネルギーの変化量は、おもりの位置エネルギーの変化量に等しく、おもりがh〔m〕降下する時おもりと導体棒の力学的エネルギーはMgh〔kg·m²/s²〕だけ減少する。減少するおもりと導体棒の力学的エネルギーは、すべて抵抗で発生するジュール熱に変化することから、発生するジュール熱はMgh〔kg·m²/s²〕である。

物理基礎・物理

問題４

(1)

$PV=nRT$ と $PV^{\gamma}=k$ の２式より、

$P=\frac{k}{V^{\gamma}}$ を $PV=nRT$　に代入すると、

$T=\frac{kV^{1-\gamma}}{nR}$　[K]

(2)

状態 A→B の変化において、(1)で求めた式より、

$T_1=\frac{kV_1{}^{1-\gamma}}{nR}$ および $T_2=\frac{kV_2{}^{1-\gamma}}{nR}$ が成り立つ。

上の２つの式より、$T_1/T_2=(V_1/V_2)^{1-\gamma}$ を得る。

状態 C→D の変化においても同様にして、$T_4/T_3=(V_1/V_2)^{1-\gamma}$ を得る。よって、$T_1/T_2=T_4/T_3$

$T_1=T_2T_4/T_3$

(3)

$\Delta U=nC_V\Delta T$ で表されるので、

$\Delta U_1=nC_V(T_3-T_2)$ [J]

$\Delta U_2=nC_V(T_1-T_4)$ [J]